第２講　小問集合

1 [1]　方程式 $|3x-2|+x-5=1$ を解くと $x=$ **ア** である．また，不等式 $2x^2-4>|x-1|$ を解くと **イ** である．

[2]　放物線 $y=kx^2-2kx-2$ の頂点の y 座標が負の値をとるとき，実数 k の値の範囲は **ウ** である．さらに，この放物線が，関数 $y=-|x|$ のグラフとただ１つの共有点を持つとき，k の値は **エ** である．

[3]　２つの関数 $f(x)=x^2+4x+4$，$g(x)=-2x^2+4x+k$ がある．すべての x について $f(x)>g(x)$ となる実数 k の値の範囲は **オ** であり，すべての x_1，x_2 の組について $f(x_1)>g(x_2)$ となる k の値の範囲は **カ** である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2 [1]　$\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}=4$ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ のとき，$\sin\theta\cos\theta=$ **ア** であり，

$\sin^3\theta+\cos^3\theta=$ **イ** である．

[2]　$0<a<1$ のとき，x についての方程式

$$\log_2(8ax-1)+\frac{\log_a(x-a)}{\log_a 2}+1=\log_2 2a$$

の解を a で表すと $x=$ **ウ** である．また，この解を最小にする a の値を求めると $a=$ **エ** である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 ［1］ △ABC において，AB＝12，AC＝10，∠A＝60° であるとき，△ABC の外接円の半径 R を求めると R＝［ア］である．また，頂点 B から対辺 AC に引いた垂線と AC との交点を D，頂点 C から対辺 AB に引いた垂線と AB との交点を E とし，垂線 BD と CE の交点を F とする．このとき，線分 CF と FE の長さの比を求めると，CF：FE＝［イ］である．

［2］ 1 個のサイコロを投げるという試行をくり返す反復試行を考える．2 回目以降の試行で「直前に投げて出た目よりも大きい目が出ること」が 2 回連続したら，反復試行を終了する．ちょうど 3 回目の試行で反復試行が終了する確率を求めると［ウ］であり，ちょうど 4 回目の試行で反復試行が終了する確率を求めると［エ］である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第２講　小問集合

[1]　a を実数の定数とし，2 つの関数 $f(x)=x^2-(a-2)x+2$，$g(x)=-x^2+2x+a-2$ がある．すべての実数 x に対して $f(x)>g(x)$ が成り立つような a の値の範囲は

$-\boxed{ア}-\boxed{イ}\sqrt{\boxed{ウ}}<a<-\boxed{ア}+\boxed{イ}\sqrt{\boxed{ウ}}$ であり，すべての実数 x_1，x_2 に対して $f(x_1)>g(x_2)$ が成り立つような a の値の範囲は

$-\boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}<a<\boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}$ である．

[2]　θ の範囲を $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ とする．$a=\sin 2\theta$ とするとき，a を用いて $\sin\theta+\cos\theta$ を表すと $\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{1+\boxed{カ}}$ である．また，$\dfrac{1}{\sin\theta}+\dfrac{1}{\cos\theta}=4$ のとき，

$\sin\theta+\cos\theta$ の値を求めると $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{\boxed{キ}+\sqrt{\boxed{クケ}}}{4}$ である．

[3]　△ABC において AB＝5，BC＝6，CA＝3 とするとき，$\cos B=\dfrac{\boxed{コサ}}{\boxed{シス}}$ であり，A から辺 BC に下ろした垂線の足を H とすると，$\mathrm{AH}=\dfrac{\boxed{セ}\sqrt{\boxed{ソタ}}}{\boxed{チ}}$ である．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第２講　小問集合

1 ［1］ 方程式 $|3x-2|+x-5=1$ を解くと $x=$ ア である．また，不等式 $2x^2-4>|x-1|$ を解くと イ である．

$|3x-2|+x-5=1$ について，

$x \geqq \frac{2}{3}$ のとき

$3x-2+x-5=1$　　$x=2$ （$x \geqq \frac{2}{3}$ を満たす）

$x < \frac{2}{3}$ のとき

$-3x+2+x-5=1$　　$x=-2$ （$x < \frac{2}{3}$ を満たす）

よって，$\boldsymbol{x=-2,\ 2}$　……ア

$2x^2-4>|x-1|$ について，

$x \geqq 1$ のとき

$2x^2-4>x-1$

$2x^2-x-3>0$

$(x+1)(2x-3)>0$

$x<-1,\ \frac{3}{2}<x$

$x \geqq 1$ より　$\frac{3}{2}<x$

$x<1$ のとき

$2x^2-4>-x+1$

$2x^2+x-5>0$

$x<\frac{-1-\sqrt{41}}{4},\ \frac{-1+\sqrt{41}}{4}<x$

$x<1$ より　$x<\frac{-1-\sqrt{41}}{4}$

よって　$\boldsymbol{x<\frac{-1-\sqrt{41}}{4},\ \frac{3}{2}<x}$　……イ

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1 ［2］ 放物線 $y=kx^2-2kx-2$ の頂点の y 座標が負の値をとるとき，実数 k の値の範囲は［ウ］である．さらに，この放物線が，関数 $y=-|x|$ のグラフとただ１つの共有点を持つとき，k の値は［エ］である．

$y=kx^2-2kx-2$ ……① は放物線を表す式であることより　$k\neq0$

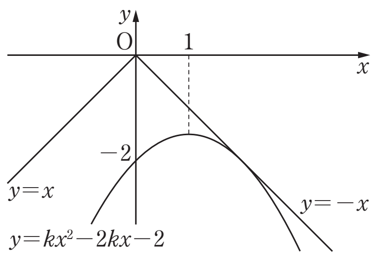
$y=kx^2-2kx-2=k(x-1)^2-k-2$ より頂点の座標は　$(1,\ -k-2)$

よって　$-k-2<0$ より　$k>-2$

$k\neq0$ を考慮して，①の頂点の y 座標が負の値をとるのは　$\boldsymbol{-2<k<0,\ 0<k}$ ……ウ

また，①の軸は $x=1$，y 切片は -2

よって①のグラフと $y=-|x|$ のグラフがただ１つの共有点をもつのは，右図より $k<0$ かつ ①と $y=-x$ のグラフが１つの共有点をもつときである．



$kx^2-2kx-2=-x$

$kx^2+(-2k+1)x-2=0$

この方程式の判別式を D とすると

$D=(-2k+1)^2-4\cdot k\cdot(-2)=0$

$4k^2+4k+1=0$

$(2k+1)^2=0$

したがって　$\boldsymbol{k=-\frac{1}{2}}$ ……エ　（$k<0$ を満たす）

1 ［3］ ２つの関数 $f(x)=x^2+4x+4$，$g(x)=-2x^2+4x+k$ がある．すべての x について $f(x)>g(x)$ となる実数 k の値の範囲は［オ］であり，すべての x_1，x_2 の組について $f(x_1)>g(x_2)$ となる k の値の範囲は［カ］である．

$f(x)>g(x)$ より

$x^2+4x+4>-2x^2+4x+k$

$3x^2+4-k>0$

これがすべての実数 x で成り立つのは，$3x^2+4-k=0$ の判別式 D について $D<0$ のとき．

よって，$0^2-3\cdot(4-k)<0$ より　$\boldsymbol{k<4}$ ……オ

また，すべての実数 x_1，x_2 において $f(x_1)>g(x_2)$ が成り立つのは，$f(x)$ の最小値が $g(x)$ の最大値より大きいときである．

$f(x)=(x+2)^2$ の最小値は 0

$g(x)=-2(x-1)^2+2+k$ の最大値は $2+k$

よって　$0>2+k$ より　$\boldsymbol{k<-2}$ ……カ

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2 ［1］ $\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}=4\ \left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ のとき，$\sin\theta\cos\theta=$ **ア** であり，

$\sin^3\theta+\cos^3\theta=$ **イ** である．

$\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}=4$ より

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=4$$

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=4\sin\theta\cos\theta$$

よって　$1=4\sin\theta\cos\theta$ より

$$\sin\theta\cos\theta=\mathbf{\frac{1}{4}}\quad\cdots\cdots ア$$

$$(\sin\theta+\cos\theta)^2=\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=1+2\cdot\frac{1}{4}=\frac{3}{2}$$

$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ より $\sin\theta>0$，$\cos\theta>0$

よって　$\sin\theta+\cos\theta>0$ より

$$\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$$

ゆえに

$$\sin^3\theta+\cos^3\theta=(\sin\theta+\cos\theta)(\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)$$

$$=\frac{\sqrt{6}}{2}\left(1-\frac{1}{4}\right)=\mathbf{\frac{3\sqrt{6}}{8}}\quad\cdots\cdots イ$$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2 [2]　$0<a<1$ のとき，x についての方程式

$$\log_2(8ax-1)+\frac{\log_a(x-a)}{\log_a 2}+1=\log_2 2a$$

の解を a で表すと $x=$ ウ である．また，この解を最小にする a の値を求めると $a=$ エ である．

真数が正であることより　$8ax-1>0$　かつ　$x-a>0$

$a>0$　より　$x>\frac{1}{8a}$　かつ　$x>a$　……①

このとき　$\log_2(8ax-1)+\frac{\log_a(x-a)}{\log_a 2}+1=\log_2 2a$　より

$\log_2(8ax-1)+\log_2(x-a)+1=1+\log_2 a$

$\log_2(8ax-1)(x-a)=\log_2 a$

よって

$(8ax-1)(x-a)=a$

$8ax^2-(8a^2+1)x=0$

$x\{8ax-(8a^2+1)\}=0$

$a>0$ より，①から　$x>0$

よって，$x=\frac{8a^2+1}{8a}=\boldsymbol{a+\frac{1}{8a}}$　……ウ（①を満たす）

また $a>0$ より，相加平均と相乗平均の関係から

$x=a+\frac{1}{8a}\geqq 2\sqrt{a\cdot\frac{1}{8a}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

等号成立は，$a=\frac{1}{8a}$　$a^2=\frac{1}{8}$　つまり　$a=\frac{\sqrt{2}}{4}$　$(a>0)$ のとき

したがって解を最小にする a の値は　$a=\boldsymbol{\frac{\sqrt{2}}{4}}$　……エ

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 ［1］　△ABC において，AB＝12，AC＝10，∠A＝60° であるとき，△ABC の外接円の半径 R を求めると $R=$ **ア** である．また，頂点 B から対辺 AC に引いた垂線と AC との交点を D，頂点 C から対辺 AB に引いた垂線と AB との交点を E とし，垂線 BD と CE の交点を F とする．このとき，線分 CF と FE の長さの比を求めると，CF：FE＝ **イ** である．

△ABC で余弦定理より

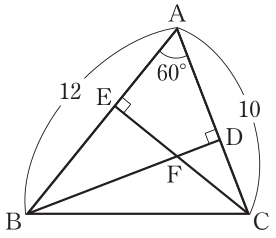
$BC^2=144+100-2\cdot12\cdot10\cdot\cos60^\circ=124$

$BC=2\sqrt{31}$

△ABCで正弦定理より　$2R=\dfrac{BC}{\sin60^\circ}$

よって　$R=\dfrac{2\sqrt{31}}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}=\boldsymbol{\dfrac{2\sqrt{93}}{3}}$　……ア

また，直角三角形 ABD において



$AD=AB\cos60^\circ=12\times\dfrac{1}{2}=6$

よって　CD＝4

直角三角形 ACE において

$AE=AC\cos60^\circ=10\times\dfrac{1}{2}=5$

よって　BE＝7

したがって，メネラウスの定理より

$\dfrac{AB}{BE}\times\dfrac{EF}{FC}\times\dfrac{CD}{DA}=1$

つまり

$\dfrac{12}{7}\times\dfrac{EF}{FC}\times\dfrac{4}{6}=1$

$\dfrac{EF}{FC}=\dfrac{7}{8}$

したがって，CF：FE＝**8：7**　……イ

ⓒRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 ［2］ 1個のサイコロを投げるという試行をくり返す反復試行を考える．2回目以降の試行で「直前に投げて出た目よりも大きい目が出ること」が2回連続したら，反復試行を終了する．ちょうど3回目の試行で反復試行が終了する確率を求めると ウ であり，ちょうど4回目の試行で反復試行が終了する確率を求めると エ である．

ちょうど3回目の試行で終了するのは

(1回目の出目)＜(2回目の出目)＜(3回目の出目) のとき

その場合の数は，1〜6から異なる3つを選んで，小さい順に1回目，2回目，3回目の出目としたときで，${}_6C_3$ 通り．

よって，その確率は $\dfrac{{}_6C_3}{6^3}=\dfrac{5\cdot 4}{6\cdot 6\cdot 6}=\mathbf{\dfrac{5}{54}}$ ……ウ

また，4回目の試行で終了するのは，必ず4回振ると考えると

(2回目の出目)＜(3回目の出目)＜(4回目の出目)　かつ

(1回目の出目)＜(2回目の出目)＜(3回目の出目)＜(4回目の出目) ではない

場合である．

その確率は $\dfrac{6\times{}_6C_3}{6^4}-\dfrac{{}_6C_4}{6^4}=\dfrac{5}{54}-\dfrac{5}{432}=\mathbf{\dfrac{35}{432}}$ ……エ

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第２講　小問集合

[1]　a を実数の定数とし，２つの関数 $f(x)=x^2-(a-2)x+2$，$g(x)=-x^2+2x+a-2$ がある．すべての実数 x に対して $f(x)>g(x)$ が成り立つような a の値の範囲は $-$［ア］$-$［イ］$\sqrt{［ウ］}<a<-$［ア］$+$［イ］$\sqrt{［ウ］}$ であり，すべての実数 x_1，x_2 に対して $f(x_1)>g(x_2)$ が成り立つような a の値の範囲は $-$［エ］$\sqrt{［オ］}<a<$［エ］$\sqrt{［オ］}$ である．

[2]　θ の範囲を $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ とする．$a=\sin 2\theta$ とするとき，a を用いて $\sin\theta+\cos\theta$ を表すと $\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{1+［カ］}$ である．また，$\dfrac{1}{\sin\theta}+\dfrac{1}{\cos\theta}=4$ のとき，$\sin\theta+\cos\theta$ の値を求めると $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{［キ］+\sqrt{［クケ］}}{4}$ である．

[3]　△ABC において AB＝5，BC＝6，CA＝3 とするとき，$\cos B=\dfrac{［コサ］}{［シス］}$ であり，A から辺 BC に下ろした垂線の足を H とすると，$\text{AH}=\dfrac{［セ］\sqrt{［ソタ］}}{［チ］}$ である．

解答例

[1]　$f(x)>g(x)$ より　$f(x)-g(x)>0$　つまり　$2x^2-ax+4-a>0$

これがすべての実数 x で成り立つのは　$a^2-4\cdot2\cdot(4-a)<0$

$a^2+8a-32<0$

よって　$\boldsymbol{-4-4\sqrt{3}}<a<-4+4\sqrt{3}$　のとき

また，すべての実数 x_1，x_2 に対して $f(x_1)>g(x_2)$ が成り立つのは

($f(x)$の最小値)＞($g(x)$の最大値)　のとき

$f(x)=\left(x-\dfrac{a-2}{2}\right)^2-\dfrac{(a-2)^2}{4}+2$　より　$f(x)$の最小値は　$-\dfrac{(a-2)^2}{4}+2$

$g(x)=-(x-1)^2+a-1$　より　$g(x)$の最大値は　$a-1$

よって　$-\dfrac{(a-2)^2}{4}+2>a-1$　　　$a^2<8$

よって　$\boldsymbol{-2\sqrt{2}}<a<2\sqrt{2}$

[2]　$(\sin\theta+\cos\theta)^2=\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=1+\sin 2\theta=1+a$　であり

$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$　より　$\sin\theta+\cos\theta>0$

よって　$\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{1+\boldsymbol{a}}$

$\dfrac{1}{\sin\theta}+\dfrac{1}{\cos\theta}=4$　より　$\sin\theta+\cos\theta=4\sin\theta\cos\theta$

つまり

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$\sqrt{1+a}=2a$

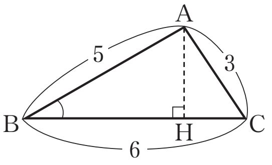
$1+a=4a^2$ （$a>0$ より）

$4a^2-a-1=0$

$a=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{8}$

$a>0$　より　$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{\mathbf{1+\sqrt{17}}}{\mathbf{4}}$

［3］　△ABC について，余弦定理より



$\cos B=\dfrac{5^2+6^2-3^2}{2\cdot5\cdot6}=\dfrac{52}{2\cdot5\cdot6}=\dfrac{\mathbf{13}}{\mathbf{15}}$

また，$\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\sqrt{1-\dfrac{13^2}{15^2}}$

$=\dfrac{\sqrt{15^2-13^2}}{15}=\dfrac{\sqrt{28\cdot2}}{15}=\dfrac{2\sqrt{14}}{15}$

であることより

$\mathrm{AH}=\mathrm{AB}\sin B=5\times\dfrac{2\sqrt{14}}{15}=\dfrac{\mathbf{2\sqrt{14}}}{\mathbf{3}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。